NOMBRES ENTIERS ET RATIONNELS

I. Vocabulaire

1) Diviseurs et multiples

Définition 1 : Le nombre a est divisible par le nombre b lorsqu'il existe un nombre entier c non nul tel que : $a = b \times c$
On dit aussi que a est un multiple de b.

2) Critères de divisibilité

Propriétés :
- Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.
- Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre entier est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

3) Diviseurs communs

Définition 2 : Soient a et b deux nombres entiers.
Dire qu'un nombre d, non nul, est un diviseur commun de a et b signifie que d divise à la fois a et b.

4) Nombres premiers :

Définition 3 : Un nombre entier est dit premier s'il admet exactement deux diviseurs positifs distincts *(1 et lui-même)*.

Activité1 : Crible d'Eratosthène

5) Plus Grand Commun Diviseur

Activité2 : Introduction a la notion de PGCD

Définition 4 : Dans la liste des diviseurs communs à deux nombres entiers a et b, il en existe un plus grand que tous les autres. Ce Plus Grand Commun Diviseur aux deux nombres a et b se note $PGCD\ (a\ ;\ b)$

Remarques :
- Ainsi pour tout entier a, $PGCD\ (a\ ;\ 0) = a$
- Pour tout entier a non nul, $PGCD\ (a\ ;\ a) = a$
- Si b est un diviseur de a, alors $PGCD\ (a\ ;\ b) = b$

6) Nombres premiers entre eux

Définition 5 : On dit que deux nombres entiers *(non nuls)* sont premiers entre eux lorsque 1 est leur seul diviseur commun positif.

Définition 5 *(bis)*: On dit aussi que deux nombres entiers *(non nuls)* sont premiers entre eux lorsque leur $PGCD$ est égal à 1.

II. Algorithmes de recherches de $PGCD$

1) Algorithme des soustractions successives

Activité3 : Introduction à l'algorithme des soustractions

Propriété 1 : Soient a et b deux entiers tels que $a > b$ alors :

$$PGCD\ (a\ ;\ b) = PGCD\ (b\ ;\ a - b)$$

Exemple : Calcul du $PGCD$ de 176 et 120

Question : Quelle opération pourrait-on utiliser pour regrouper les différentes étapes et faciliter les calculs ?

2) Algorithme d'Euclide

Activité4 : Introduction à l'algorithme d'Euclide

Propriété 2 : Soient a et b deux entiers tels que $a > b$. On effectue la division euclidienne de a par b. Si $a = b \times q + r$ alors $PGCD\ (a\ ;\ b) = PGCD\ (b\ ;\ r)$

Exemple : Calcul du $PGCD$ de 176 et 120

3) Avec un tableur

Activité5 : Séance en salle pupitre pour programmer les algorithmes à l'aide de tableur

III. Fractions irréductibles

Définition 6 : Une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

C'est-à-dire, une fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible lorsque a et b sont deux nombres premiers entre eux.

Propriété 3 : Si on simplifie une fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur, alors on obtient une fraction irréductible.

Remarque : Pour simplifier une fraction afin de la rendre irréductible, on peut :

- Utiliser la calculatrice
- Procéder de façon empirique
- Utiliser un algorithme

Exemple : Rendre la fraction $\frac{120}{176}$ irréductible.

IV. Nombres rationnels et irrationnels

Définition 7 : Un nombre est rationnel s'il peut s'écrire sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers relatifs.

Remarque : Il existe des nombres qui ne sont pas rationnels *(exemple : $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel)*. On dit que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Preuve : A faire