DM de mathématiques n°11 - correction

Exercice 1 :

Dans une classe de troisième de $\mathbf{24}$ élèves, les délégués ont fait passer une enquête concernant le temps de travail à la maison chaque soir.
Il résulte de cette enquête que la moitié des élèves travaille $\mathbf{30}$ minutes, un quart des élèves travaille $\mathbf{45}$ minutes, deux élèves travaillent $\mathbf{15}$ minutes, un élève déclare ne pas travailler et les autres travaillent une heure.

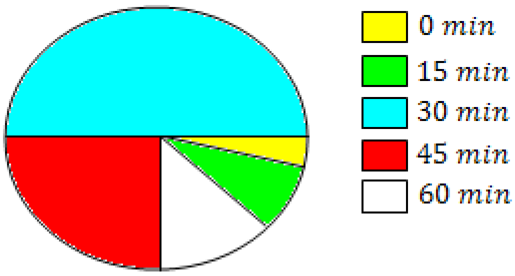
1) Reproduire et compléter le tableau des effectifs suivant :

Temps de travail	$\mathbf{0}\ \boldsymbol{min}$	$\mathbf{15}\ \boldsymbol{min}$	$\mathbf{30}\ \boldsymbol{min}$	$\mathbf{45}\ \boldsymbol{min}$	$\mathbf{60}\ \boldsymbol{min}$
Effectifs	1	$\mathbf{2}$	12	6	3

2) $\boldsymbol{Moyenne} = \dfrac{\mathbf{1 \times 0 + 2 \times 15 + 12 \times 30 + 6 \times 45 + 3 \times 60}}{\mathbf{24}} = \dfrac{\mathbf{840}}{\mathbf{24}} = \mathbf{35}\ \boldsymbol{minutes}$

3)

Effectifs	1	**2**	12	6	3	24
Angles	15	30	180	90	45	360



Exercice 2 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples *(QCM)*. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chacune des 3 questions indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

1	Quelle est la forme développée de l'expression $(\mathbf{2x+1})^2 - \mathbf{1}$?	$\mathbf{2x^2 + 2x}$	$\mathbf{4x^2 + 4x}$	$\mathbf{4x^2}$
2	Quelle est la forme factorisée de l'expression $(\mathbf{2x+1})^2 - \mathbf{1}$?	$(\mathbf{2x+1})(\mathbf{2x} - \mathbf{1})$	$\mathbf{2x(2x-2)}$	$\mathbf{2x(2x+2)}$
3	On donne les deux équations $(\mathbf{x-6})(\mathbf{x+1}) = \mathbf{0}$ et $\mathbf{x^2 - 3x = 18}$ Combien ont-elles de solutions communes ?	Aucune solution commune	Une solution commune	Deux solutions communes

1) $(\mathbf{2x+1})^2 - \mathbf{1} = (\mathbf{2x})^2 + \mathbf{2 \times 2x \times 1 + 1^2 - 1} = \mathbf{4x^2 + 4x}$
2) $(\mathbf{2x+1})^2 - \mathbf{1} = (\mathbf{2x+1})^2 - \mathbf{1^2} = (\mathbf{2x+1+1})(\mathbf{2x+1-1}) = \mathbf{2x(2x+2)}$
3) Les solutions de l'équation $(\mathbf{x-6})(\mathbf{x+1}) = \mathbf{0}$ sont $\mathbf{6}$ et $\mathbf{-1}$. Il suffit alors de regarder s'ils sont solutions de l'autre équation, on remplace donc dans la seconde :

$$\mathbf{x^2 - 3x = 6^2 - 3 \times 6 = 36 - 18 = 18}$$
$$\mathbf{x^2 - 3x = (-1)^2 - 3 \times (-1) = 1 + 3 = 4}$$

Et donc, il y a une solution commune.

Exercice 3 :

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

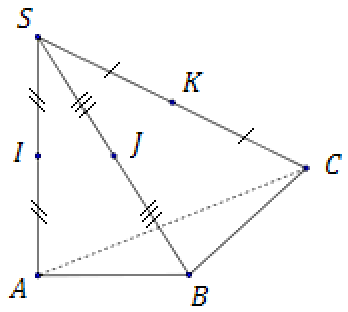
1) $\dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{25}} = \dfrac{\mathbf{12}}{\mathbf{100}}$ et donc, il s'agit bien d'un nombre décimal.

2) $\mathbf{795 = 570 \times 1 + 225}$
$\mathbf{570 = 225 \times 2 + 120}$
$\mathbf{225 = 120 \times 1 + 105}$
$\mathbf{120 = 105 \times 1 + 15}$
$\mathbf{105 = 15 \times 7 + 0}$
Comme le $\boldsymbol{PGCD}$ est le dernier reste non nul dans l'algorithme d'Euclide, ici le $\boldsymbol{PGCD}$ est égal à $\mathbf{15}$ et donc les nombres $\mathbf{570}$ et $\mathbf{795}$ ne sont pas premiers entre eux.

3) Soient deux multiples de $\mathbf{5}$, alors ils s'écrivent respectivement $\boldsymbol{5k}$ et $\boldsymbol{5k'}$ où $\boldsymbol{k}$ et $\boldsymbol{k'}$ sont des nombres entiers.
Leur somme est donc égale à $\boldsymbol{5k + 5k' = 5(k + k') = 5K}$ où $\boldsymbol{K}$ est un nombre entier.
Donc la somme de deux multiples de $\mathbf{5}$ est toujours un multiple de $\mathbf{5}$.

Exercice 4 :

$\boldsymbol{SABC}$ est une pyramide ayant pour base le triangle $\boldsymbol{ABC}$ et pour hauteur $\boldsymbol{SA}$.
$\boldsymbol{AB = 6\ cm}$; $\boldsymbol{BC = SA = 8\ cm}$; $\boldsymbol{AC = 10\ cm}$.



1) Comme $\boldsymbol{AC} > AB$ et $\boldsymbol{AC} > BC$, si le triangle $\boldsymbol{ABC}$ est rectangle, il l'est en $\boldsymbol{B}$.
On calcule donc séparément :
   - $\boldsymbol{AC^2 = 10^2 = 100}$
   - $\boldsymbol{AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100}$

   Comme $\boldsymbol{AC^2 = AB^2 + BC^2}$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle $\boldsymbol{ABC}$ est rectangle en $\boldsymbol{B}$.

2) Comme [SA] est la hauteur de la pyramide alors il s'agit d'une pyramide droite et donc le triangle SAB est rectangle en A.

   Dans le triangle SAB rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $SB^2 = SA^2 + AB^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$
   Et donc, $SB = \sqrt{100} = 10\ cm$

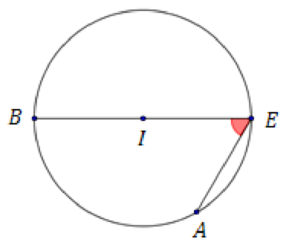
3) Le volume de la pyramide est obtenu par : $V = \frac{1}{3} \times A_{ABC} \times SA = \frac{1}{3} \times \frac{6\times 8}{2} \times 8 = 64\ cm^3$

4) On appelle I, J, K les milieux respectifs des arêtes $[SA]$, $[SB]$, $[SC]$.
La pyramide $SIJK$ est une réduction de la pyramide $SABC$ de rapport $\frac{1}{2}$, alors le volume de la pyramide $SIJK$ est obtenu par : $V_{SIJK} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V_{SABC} = \frac{1}{8} \times 64 = 8\ cm^3$

Exercice 5 :

Sur la figure ci-contre :

- $BE = 4\ cm$
- I est le milieu du segment $[BE]$.
- A est un point du cercle de diamètre $[BE]$ tel que la mesure de l'angle $\widehat{BEA}$ est de 60°



1) Reproduire en vraie grandeur la figure sur la copie. *Ne pas écrire sous la figure pour pouvoir la compléter.*

2) Dans ce cercle, l'angle $\widehat{BIA}$ est un angle inscrit et l'angle $\widehat{BEA}$ est un angle au centre. Ils interceptent le même arc donc $\widehat{BIA} = 2 \times \widehat{BEA} = 2 \times 60 = 120°$.
En effet, si dans un cercle, un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de celle de l'angle inscrit.

3) A est l'image de B par une rotation de centre I. Il s'agit d'une rotation d'angle 120°

4) On appelle F le symétrique de E par rapport au point A.
   a) Voir point F sur la figure.
   b) Dans le triangle ABF rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $BF^2 = BA^2 + AF^2 = BA^2 + AE^2 = BE^2$
   Puisqu'il s'agit de distances, si $BF^2 = BE^2$ alors $BF = BE = 4\ cm$.

Exercice 6 :

Pour emprunter des livres dans une bibliothèque, on a le choix entre trois formules :
- Formule A : Payer une participation de 0,50 € par livre emprunté.
- Formule B : Acheter une carte rose de bibliothèque à 7,50 € par an et ne payer qu'une participation forfaitaire de 0,20 € par livre emprunté.
- Formule C : Acheter une carte verte de bibliothèque à 15,50 € par an et emprunter autant de livres que l'on veut.

→ **PARTIE I :**

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de livres empruntés par an	10	30	45
Prix à payer avec la formule *A* en €	5	15	22,5
Prix à payer avec la formule *B* en €	9,5	13,5	16,5
Prix à payer avec la formule *C* en €	15,5	15,5	15,5

2) On appelle *x* le nombre de livres empruntés par une personne en un an.

Soit $\boldsymbol{P_A}$ le prix à payer avec la formule $\boldsymbol{A}$.
Soit $\boldsymbol{P_B}$ le prix à payer avec la formule $\boldsymbol{B}$.
Soit $\boldsymbol{P_C}$ le prix à payer avec la formule $\boldsymbol{C}$.

On a : $\boldsymbol{P_A = 0,5x}$ et $\boldsymbol{P_B = 7,5 + 0,2x}$

3) Résolution de l'équation $\mathbf{0,5x = 7,5 + 0,2x}$. Donner une interprétation graphique de la solution trouvée.

$\mathbf{0,5x = 7,5 + 0,2x \Leftrightarrow 0,3x = 7,5 \Leftrightarrow x = 25}$.
Il s'agit du nombre de livres qu'il faut emprunter par an pour que les formules $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$ reviennent au même prix.

→ **PARTIE II :**

Les tracés demandés dans cette partie seront réalisés sur une feuille de papier millimétré.

1) Voir repère ci-dessous.
2) En utilisant le graphique, on trouve que :
   a) La formule la plus intéressante si on emprunte **20** livres en un an est la formule $\boldsymbol{A}$.
   b) A partir de **39 livres** empruntés par an la formule $\boldsymbol{C}$ est la plus intéressante.