VECTEURS ET TRANSLATIONS

I. Vecteurs et translation

Activité 1 : activité d'introduction à la notion de vecteurs, caractéristiques d'un vecteur…

Définition1 : Soient deux points A et A' et la translation qui transforme A en A'.
Soient des points B, C, D, E et leurs images respectives B', C', D', E' par cette translation.
Les couples (A ; A'), (B ; B'), (C ; C'), (D ; D') et (E ; E') sont des représentants d'un même objet appelé vecteur qui caractérise cette translation.

Si l'on désigne ce vecteur par $\vec{u}$, on peut écrire : $\vec{u} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{EE'}$

Propriété1 : Le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ est caractérisé par :
- Sa direction, celle de la droite (AA')
- Son sens, celui de la demi-droite [AA')
- Sa longueur, celle du segment [AA']

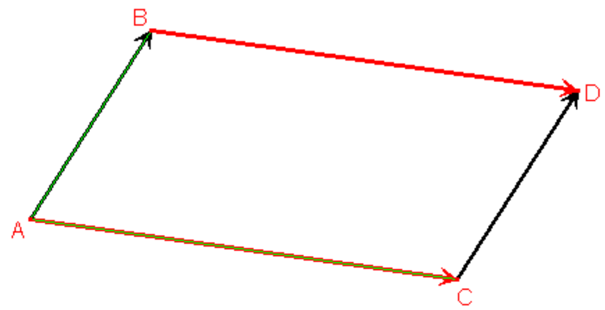
- Par conséquent, deux vecteurs sont égaux s'ils ont même direction, même sens et même longueur.
- A est l'origine du vecteur $\overrightarrow{AA'}$ et A' est l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{AA'}$.

Propriété2 :
- Si D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ alors $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.
- Si $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$, alors D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

II. Vecteurs égaux et parallélogramme

Activité 2 : mise en évidence des propriétés 3 et 4 liant vecteurs et parallélogrammes

Propriété3 : Soient quatre points A, B, C et D
- Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.
- Si le quadrilatère ABDC est un parallélogramme alors on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. (On a aussi $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$)



Remarque : Dans le cas où les points A, B, C et D sont alignés, la propriété précédente est encore vraie.

Propriété4 : Soient quatre points A, B, C et D

- Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors les segments [AD] et [BC] ont le même milieu.
- Si les segments [AD] et [BC] ont le même milieu, alors on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ (On a aussi $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$)

Propriété5 :

- Si I milieu du segment [AB], alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
- Si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ alors I milieu du segment [AB]

III. Somme de deux vecteurs

Activité 3 : Activité d'introduction à la composée de deux translations, à la somme de deux vecteurs et à la relation de Chasles.

a. Composition de deux translations :

Théorème1 : La composée de deux translations est une translation

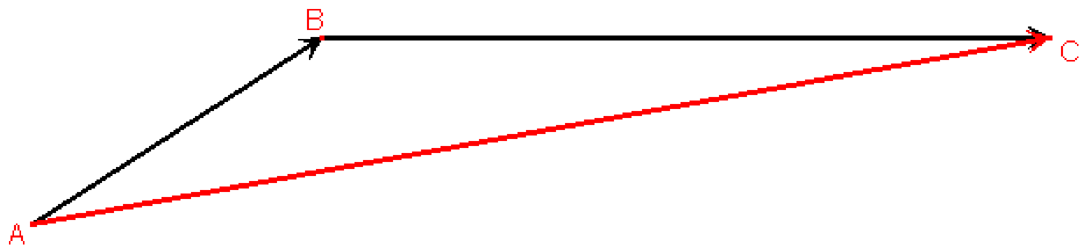
b. Somme de deux vecteurs

Définition1 : On appelle somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, le vecteur $\vec{s}$ de la translation composée des translations de vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$. On note $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$

C'est-à-dire effectuer la translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$ revient à effectuer la translation de vecteur $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$

Propriété5 : RELATION DE CHASLES

Quels que soient les points A, B et C ; on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



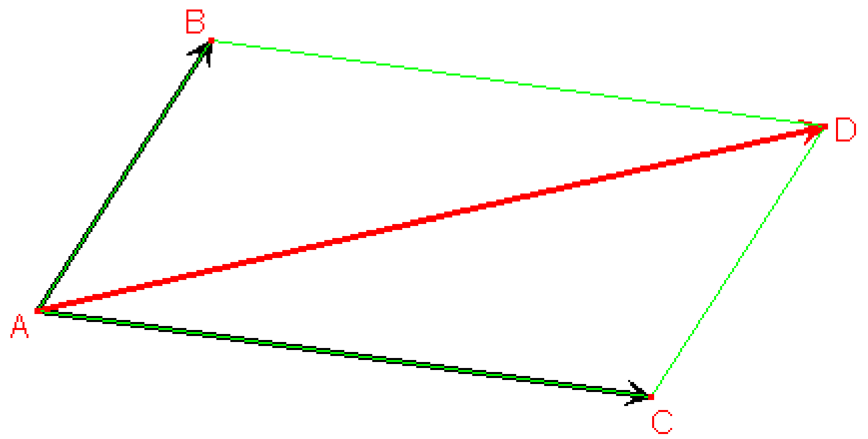
c. Vecteurs particuliers

- Vecteur nul : on a $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$, ainsi le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est le vecteur nul noté $\vec{0}$ (quand l'origine et l'extrémité du vecteur sont confondues).
- Vecteur opposé : on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$, on dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés. On note donc $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

d. Règle du parallélogramme

Propriété6 :

- Si $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$, alors ABDC est un parallélogramme.
- Si ABDC est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.



IV. Composition de deux symétries centrales

Activité 4 : Activité de conjecture de la propriété 7

Propriété7 : La composée de deux symétries centrales est une translation. En particulier, si on effectue une symétrie centrale de centre O suivie d'une symétrie centrale de centre O', cela revient à effectuer une translation de vecteur $2\overrightarrow{OO'}$ $(\overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{OO'})$

Activité 5 : Preuve de la propriété 7