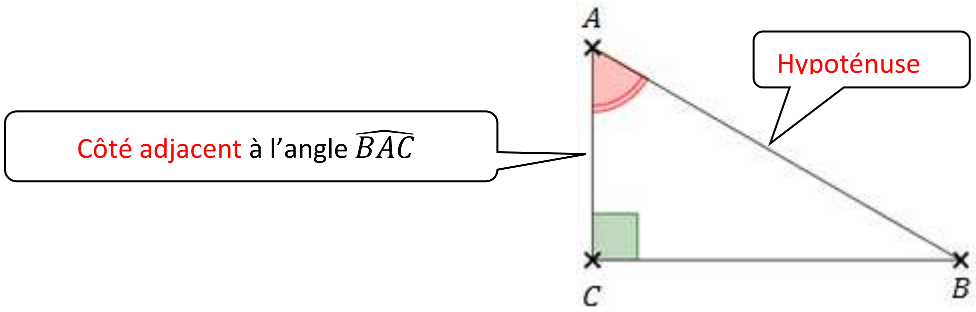
COSINUS D'UN ANGLE AIGU DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

I. Définition



II. Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle :

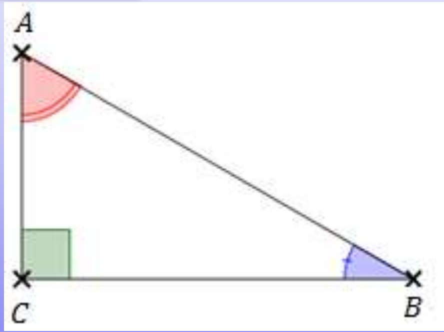
Activité n°1 : Activité permettant d'introduire la définition du cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle.

Activité n°2 : Preuve de la validité de la définition du cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Définition :

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal au quotient : $\dfrac{\textit{longueur du côté adjacent à cet angle}}{\textit{longueur de l'hypoténuse}}$

Exemple :



$$Cos\ \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$$

$$Cos\ \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB}$$

Remarques :

- L'hypoténuse [AB] étant le plus grand côté dans un triangle rectangle, les quotients $\frac{BC}{AB}$ et $\frac{AC}{AB}$ sont toujours inférieurs à 1.
- Ces quotients étant des quotients de longueurs sont toujours positifs.

Propriété :

- Le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1.

C'est-à-dire, pour tout angle aigu θ, on a :

$$0 \leq \cos\theta \leq 1$$

III. Quand avoir recours à cette notion ?

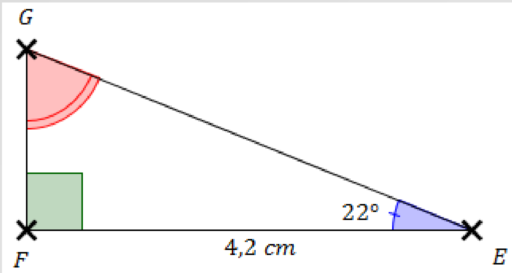
1) Calcul d'une longueur dans un triangle rectangle :

Exemple n°1 :

Soit EFG un triangle rectangle en F tel que $EF = 4{,}2\ cm$ et $\widehat{FEG} = 22°$.

Question : Calculez EG *(vous en donnerez l'arrondi au dixième de centimètre)*

Méthode :



Dans le triangle EFG rectangle en F, → Condition

$Cos\ \widehat{FEG} = \dfrac{EF}{EG}$

→ Côté adjacent à l'angle $\widehat{FEG}$

→ Hypoténuse du triangle rectangle

On remplace par les valeurs numériques :

$Cos\ 22° = \dfrac{4{,}2}{EG}$

Il ne reste plus qu'à isoler la longueur cherchée, soit ici : $EG = \dfrac{4{,}2}{Cos\ 22°}$

Produit en croix

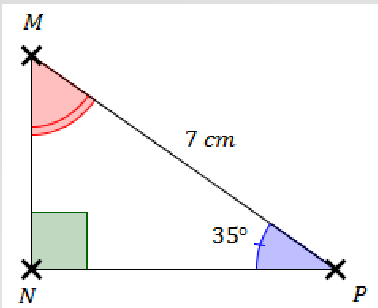
Et donc, en utilisant la calculatrice, $EG \approx 4,5\ cm$

<u>ATTENTION :</u> la calculatrice doit être en mode degré !

Exemple n°2 :

Soit MNP un triangle rectangle en N tel que $MP = 7\ cm$ et $\widehat{MPN} = 35°$.
<u>Question :</u> Calculez NP *(vous en donnerez l'arrondi au dixième de centimètre)*

Méthode :



Dans le triangle MPN est rectangle en N, → Condition

$Cos\ \widehat{MPN} = \dfrac{NP}{MP}$

→ Côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$

→ Hypoténuse du triangle rectangle

On remplace par les valeurs numériques :

$Cos\ 35° = \dfrac{NP}{7}$

Produit en croix

Soit $NP = 7 \times Cos\ 35°$

Et donc, en utilisant la calculatrice, $EG \approx 5,7\ cm$

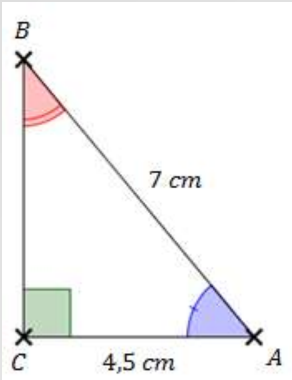
<u>ATTENTION :</u> la calculatrice doit être en mode degré !

2) Calcul d'une mesure d'angle dans un triangle rectangle

Exemple :

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $AC = 4{,}5\ cm$ et $AB = 7\ cm$.
Question : Calculez $\widehat{BAC}$

Méthode :



Dans le triangle ABC est rectangle en $\boldsymbol{C}$, → Condition

$Cos\ \widehat{BAC} = \dfrac{AC}{AB}$

Côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$

Hypoténuse du triangle rectangle

On remplace par les valeurs numériques :

$Cos\ \widehat{BAC} = \dfrac{4{,}5}{7}$

Il faut taper $Cos^{-1}\left(\frac{4{,}5}{7}\right)$

Et donc, en utilisant la calculatrice, $\widehat{BAC} \approx 50°$

ATTENTION : la calculatrice doit être en mode degré !