

DROITES REMARQUABLES DU TRIANGLE

I. Médiatrices :

Définition : Dans un triangle, la **médiatrice** d'un côté est la droite perpendiculaire à ce côté passant par son milieu.

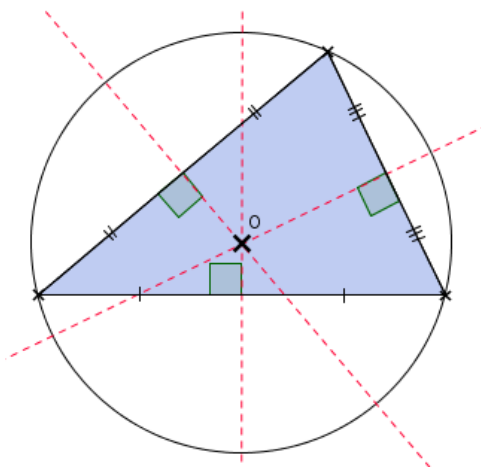
Propriété :

- Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.
C'est-à-dire, par exemple, si M appartient à la médiatrice de $[AB]$ alors $MA = MB$
- **Réciproquement**, si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il appartient à la médiatrice de ce segment.
C'est-à-dire, par exemple, si M est un point tel que $MA = MB$ alors M appartient à la médiatrice de $[AB]$

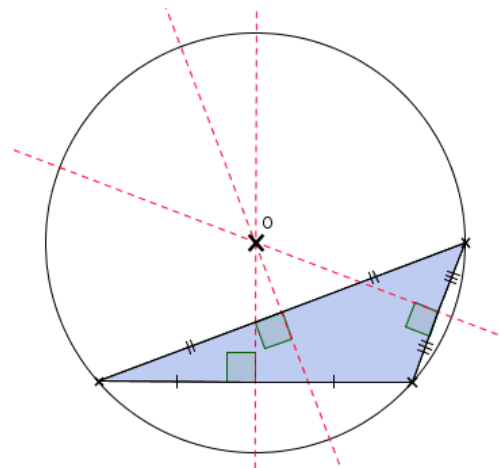
Activité n°1 : Les médiatrices d'un triangle sont concourantes, une conjecture.

Propriété : Les médiatrices d'un triangle *non aplati* se coupent en un même point, on dit qu'elles sont **concourantes**.
Le point de concours des médiatrices est le centre d'un cercle passant par les trois sommets de ce triangle.

Définition : Ce cercle est appelé **cercle circonscrit** au triangle.



1^{er} cas : Si les 3 angles du triangle sont aigus, alors le centre du cercle circonscrit au triangle est à l'intérieur du triangle.



2nd cas : Si l'un des angles est obtus, alors le centre du cercle circonscrit au triangle est à l'extérieur du triangle.

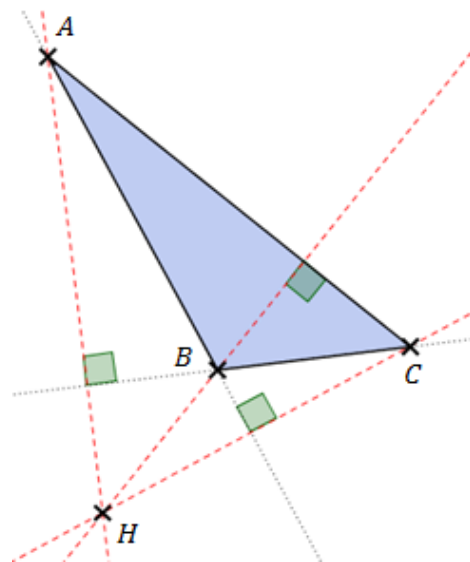
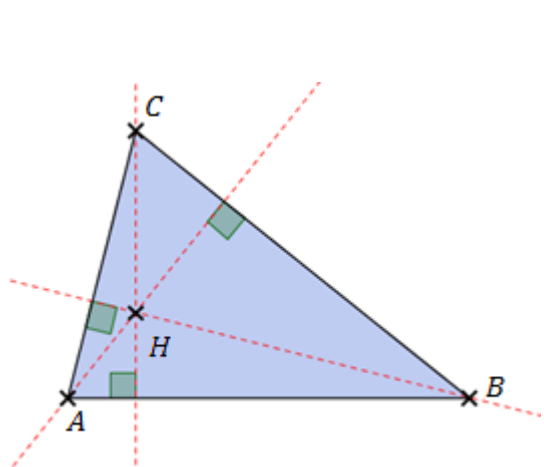
Activité n°2 : Les médiatrices d'un triangle sont concourantes, une preuve.

II. Hauteurs :

Définition3 : Dans un triangle, une **hauteur** est une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.

Activité n°3 : Les hauteurs d'un triangle sont concourantes, une conjecture.

Propriété3 : Dans un triangle, les 3 hauteurs sont **concourantes** en un point appelé **orthocentre** du triangle.



1^{er} cas : Si les 3 angles du triangle sont aigus, alors l'orthocentre du triangle est à l'intérieur du triangle.

2nd cas : Si l'un des angles est obtus, alors l'orthocentre du triangle est à l'extérieur du triangle.

Activité n°4 : Les hauteurs d'un triangle sont concourantes, une démonstration.

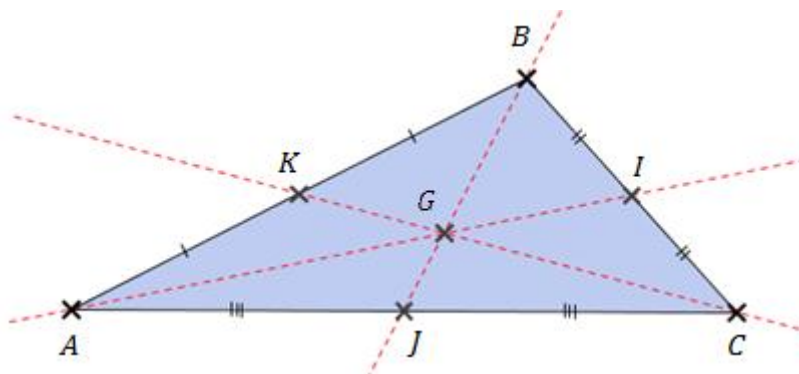
III. Médiannes :

Activité n°5 : introduction à la notion de médianes d'un triangle comme des droites passant par un sommet du triangle et partageant le triangle en deux triangles de mêmes aires.

Définition4 : Dans un triangle, une **médiane** est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.

Activité n°6 : Les médianes d'un triangle sont concourantes, une conjecture.

Propriété4 : Dans un triangle, les trois médianes sont **concourantes** en un point qui est le **centre de gravité** du triangle.



Activité n°7 : Les médianes d'un triangle sont concourantes, une démonstration.

Propriété5 : Chaque médiane **partage le triangle en deux triangles de même aire**.

Remarque : Si G est le centre de gravité du triangle ABC , alors

$$AG = \frac{2}{3} AI, \quad BG = \frac{2}{3} BJ \quad \text{et} \quad CG = \frac{2}{3} CK$$

(Le centre de gravité d'un triangle est situé au $\frac{2}{3}$, à partir du sommet, de chaque segment-médiane)

IV. Bissectrices :

Définition5 : L'axe de symétrie d'un angle est appelé **bissectrice** de cet angle.

Activité n°8 : Activité, basée sur l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique, mettant en évidence certaines propriétés des bissectrices d'un angle.

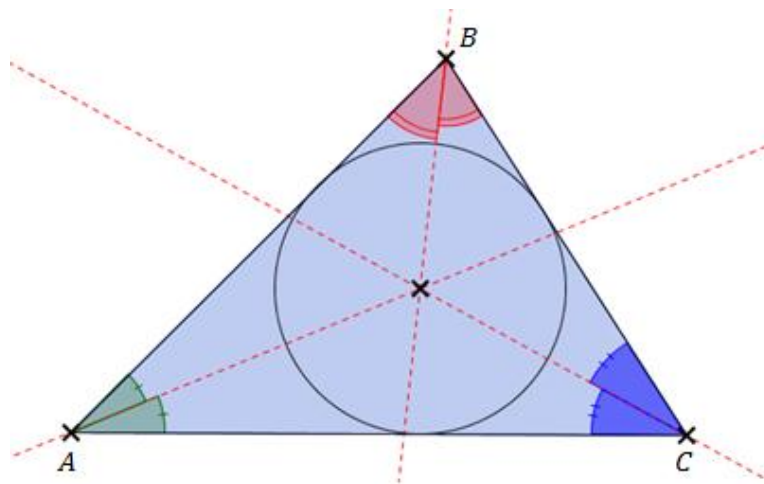
Propriété6 : La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui **partage cet angle en deux angles de mêmes mesures**.

Propriété7 :

- Si un point appartient à la **bissectrice d'un angle**, alors il est équidistant des cotés de l'angle.
- Réciproquement si un point est **équidistant des cotés d'un angle** alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

Activité n°9 : Les bissectrices d'un triangle sont concourantes, une conjecture.

Propriété8 : Dans un triangle, les bissectrices des 3 angles sont **concourantes** en un point qui est le **centre du cercle inscrit** à ce triangle.



Activité n°10 : Les bissectrices d'un triangle sont concourantes, une démonstration.