

## EGALITE DES TROIS RAPPORTS

I. Propriété de Thalès :

Activité n°1 : Conjecture de la propriété de Thalès à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

**Théorème :**

Si deux droites parallèles coupent deux droites sécantes alors elles déterminent deux triangles dont les côtés sont proportionnels.

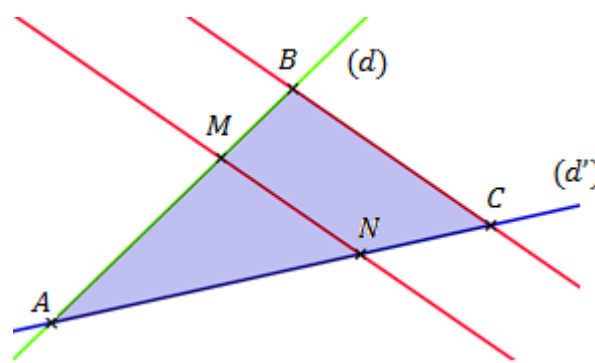
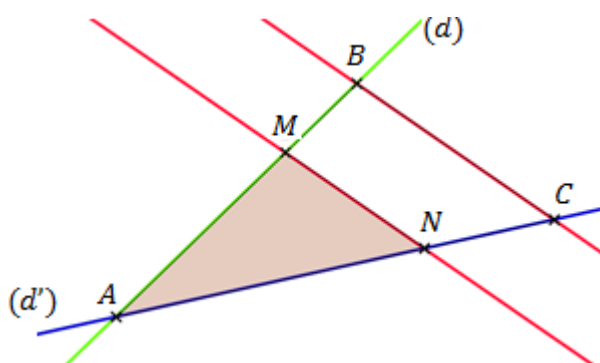
Autrement dit,

Soit  $ABC$  et  $AMN$  deux triangles

Si

- $M$  est un point du côté  $[AB]$
- $N$  est un point du côté  $[AC]$
- Les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles

alors, d'après la **propriété de Thalès**, on a l'égalité des quotients  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



Ainsi, dans les conditions de la propriété de Thalès, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

	Côté porté par $(d)$	Côté porté par $(d')$	Côté porté par les parallèles
Côté de $ABC$	$AB$	$AC$	$BC$
Côté de $AMN$	$AM$	$AN$	$MN$

Activité2 : Preuve de la propriété de Thalès

II. Quand utiliser la propriété de Thalès ?

La propriété de Thalès **permet de calculer des longueurs** dans un triangle où l'on a tracé une parallèle à l'un des côtés.

**Exemple :**

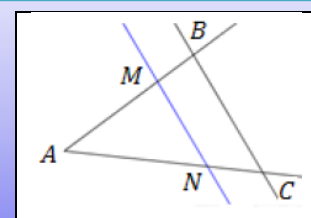
Soit  $ABC$  un triangle tel que :

$$AB = 5 \text{ cm} ; AC = 6 \text{ cm} \text{ et } BC = 4 \text{ cm}$$

Le point  $M$  appartient au segment  $[AB]$  avec  $AM = 4,5 \text{ cm}$ .

Soit la parallèle à la droite  $(BC)$  passant par  $M$ , elle recoupe  $(AC)$  en  $N$ .

Question : Calculer  $AN$  et  $MN$



**Méthode :**

Dans les triangles  $AMN$  et  $ABC$ ,

Comme :

- $M \in [AB]$
- $N \in [AC]$
- $(MN) \parallel (BC)$

Signaler que les **trois conditions** d'application de la propriété de Thalès sont bien réunies.

Alors, d'après la **propriété de Thalès**, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Les trois numérateurs sont les **trois côtés** du premier triangle

Les trois dénominateurs sont les **trois côtés** « **correspondants** » du second triangle

On remplace par les valeurs numériques :

$$\frac{4,5}{5} = \frac{AN}{6} = \frac{MN}{4}$$

On détermine les longueurs manquantes grâce à la propriété des produits en croix égaux

$$\text{Donc } AN = \frac{6 \times 4,5}{5} = 5,4 \text{ cm et } MN = \frac{4 \times 4,5}{5} = 3,6 \text{ cm}$$