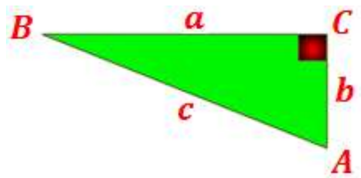
THEOREME DE PYTHAGORE : UNE PREUVE

On considère un triangle ABC rectangle en C tel que : $AC = b$; $BC = a$ et $AB = c$.



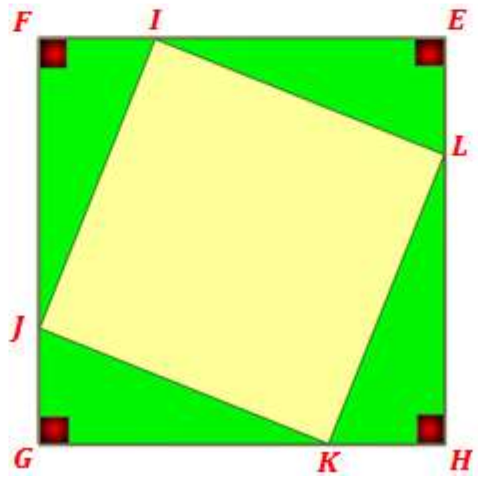
Il s'agit de démontrer le théorème suivant :

Théorème :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Ce qui, appliqué au triangle rectangle précédent, revient à prouver que $c^2 = a^2 + b^2$

1) A partir de quatre triangles rectangles identiques au précédent, on obtient la figure ci-contre sur laquelle les points F, I, E ; E, L, H ; H, K, G et G, J, F sont alignés.



a. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$? Justifier.

....

....

....

b. Quelle est la nature du quadrilatère $IJKL$? Justifier.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

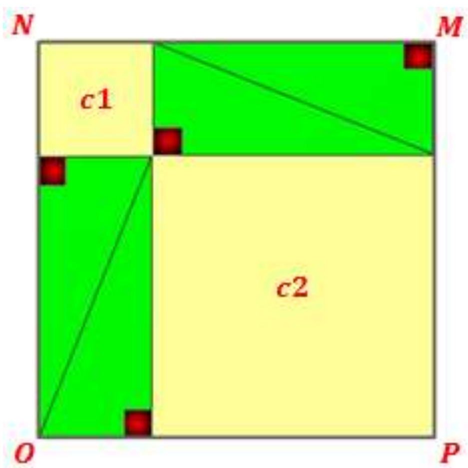
....

c. Par cette *première décomposition*, exprimer l'aire totale de $EFGH$ en fonction de celle du triangle rectangle ABC et de celle de $IJKL$.

....

....

2) On dispose, à présent, les quatre triangles rectangles comme sur la figure ci-contre.



a. Expliquer pourquoi les carrés $EFGH$ et $MNOP$ ont la même aire.

....

....

b. Par cette *seconde décomposition*, exprimer de nouveau l'aire totale de $EFGH$ en fonction de celle du triangle rectangle ABC et de celles des deux carrés c1 et $c2$.

....

....

3) En déduire une relation entre a, b et c. Conclure.

....

....