THEOREME DES MILIEUX : LE TROISIEME ENONCE (CONJECTURE ET PREUVE)

1) Réaliser la construction suivante à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :

Programme :

- ✓ Placer trois points libres dans le plan non alignés.
- ✓ Nommer ces points A, B et C.
- ✓ Tracer les segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.
- ✓ Placer le point milieu du segment $[AB]$, puis le nommer J.
- ✓ Tracer la droite passant par J et parallèle à (BC).
- ✓ Placer le point d'intersection entre celle-ci et la droite (AC). Le nommer I.
- ✓ Afficher les distances IA et IC.

2) Hypothèses :

Par construction, le point J est ………….…………………….. et la droite (IJ) est ………….…………………….
…………..……………………..…………..…………………….. …………..…………………….. …………..………

3) Conjecture :

- Conjecture n°3 : Pour diverses positions des points A, B et C ; complétez le tableau suivant :

	Position 1	Position 2	Position 3	Position 4
Valeur de IA	…………	…………	…………	…………
Valeur de IC	…………	…………	…………	…………

Que constatez-vous? ………………………………………………………………………………………

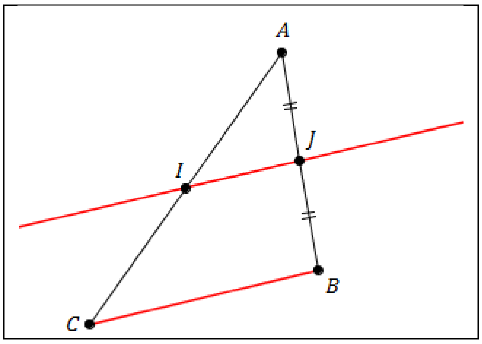
a. Complétez la conjecture que vous avez mise en évidence :

Propriété 3 :

Dans un triangle, si une droite passe par ……………………………...…………………………...………. et si elle est ……………………………………………………………...……. à un autre côté, alors elle coupe le troisième en ………………..………………………………………………………………………………………...……………

4) Preuve guidée de cette conjecture : ***(A traiter à la fin)***

Dans le cadre ci-dessous, ABC est un triangle quelconque où J milieu de $[AB]$.
(d) est la parallèle à (BC) passant par J. (d) coupe (AC) en I.
Dans cette partie, on se propose de démontrer la conjecture n°3 en utilisant les conjectures n°1 et n°2 *(Démontrées et donc valides grâce au **4)** de la première partie)*



a. Placer le point K milieu de $[BC]$.

b. Complétez les phrases suivantes :

Par construction, (IJ) // (……)

Comme J milieu de [……] et K milieu de [……],
alors d'après le **théorème 1**, on a :
(……) // (……)

Donc le quadrilatère $IJKC$ a ses cotés opposés ……………………………………………………………., on en déduit donc que $IJKC$ est un ………………………..………
Par conséquent, (JK) // (……) et $\boldsymbol{JK} =$ ………

Comme J milieu de [……] et K milieu de [……], d'après le **théorème 2**, on a : $\boldsymbol{JK} =$ ………

On en déduit pour finir que le point I est donc ……………………………………………………………