THEOREME DES MILIEUX : LES DEUX PREMIERS ENONCES (CONJECTURE ET PREUVE)

1) Réaliser la construction suivante à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :

Programme :

- ✓ Placer trois points libres dans le plan non alignés.
- ✓ Nommer ces points A, B et C.
- ✓ Tracer les segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.
- ✓ Placer le point milieu du segment $[AB]$, puis le nommer I.
- ✓ Placer le point milieu du segment $[AC]$, puis le nommer J.
- ✓ Tracer la droite (IJ).
- ✓ Afficher les distances IJ et BC.

2) Hypothèses :

Par construction, le point J est ……………………………………. et le point I est …………………………………….

3) Conjectures :

a. Conjecture n°1 : Déplacez les points A, B et C à plusieurs reprises ; puis complétez.

Comment semblent être les droites (IJ) et (BC) ? ………………………………………………………………

b. Conjecture n°2 : Pour diverses positions des points A, B et C ; complétez le tableau suivant :

	Position 1	Position 2	Position 3	Position 4
Valeur de IJ	…………	…………	…………	…………
Valeur de BC	…………	…………	…………	…………

Que constatez-vous? ………………………………………………………………………………………

c. Complétez les conjectures que vous avez mises en évidence :

Propriété 1 :

Dans un triangle, si une droite passe par ……………………………………………………………………
alors ………………………………………………………………………………………………………

Propriété 2 :

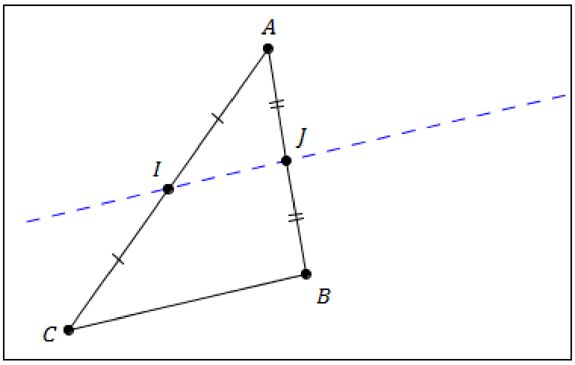
Dans un triangle, si un segment joint ………………………………………………………………………
alors il mesure ……………………………………………………………………………………………

4) Preuve guidée de ces deux conjectures : ***(A traiter à la fin)***

Dans le cadre ci-dessous, ABC est un triangle quelconque avec I milieu de $[AC]$ et J milieu de $[AB]$.
On se propose de démontrer les conjectures n°1 et n°2.

a. Placer le point M symétrique du point I par rapport au point J.

b. Complétez les phrases suivantes :



Comme le point M est le symétrique du point I par rapport au point J,
on en déduit que ……… = ………
Ainsi le quadrilatère $IAMB$ a ses diagonales qui se coupent
……………………………………………………… et donc
$IAMB$ est un ………………………………………………
Or un parallélogramme a ses côtés opposés ……………………………… et
……………………………………

Donc, on en déduit que (MB) // (……) et MB = ……

De plus, comme I est le milieu du segment $[AC]$, on a …… = …… ; on en déduit alors que MB = ……
Ainsi, le quadrilatère $IMBC$ a deux côtés ………………………………………… et ……………………………………
Donc $IMBC$ est un ……………………………………………

On en déduit alors que les droites (IJ) et (BC) sont ………………………………… et que IJ = …………..