

SYMETRIE CENTRALE ET QUADRILATERES PARTICULIERS

I. Parallélogrammes :

Définition :

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

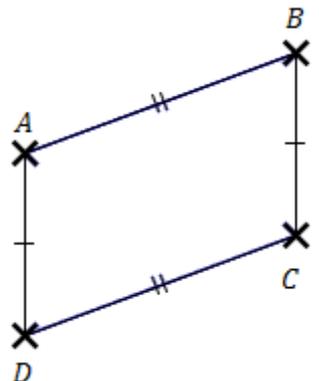
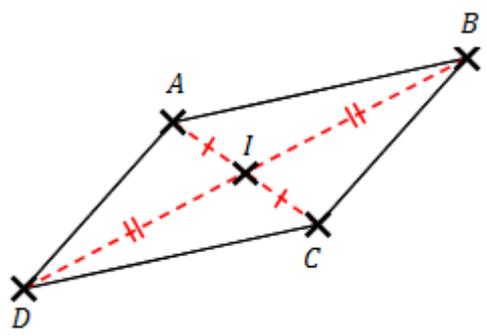
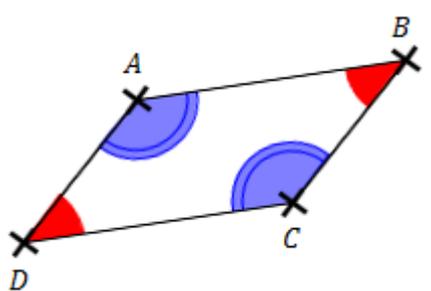
Propriété :

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors :

- Ses **côtés opposés** sont parallèles et de même longueur.
- Ses **diagonales** ont le même milieu qui est le centre de symétrie du parallélogramme.
- Ses **angles opposés** sont égaux et les **angles consécutifs** sont supplémentaires.

Exemples :

Dans les diverses figures ci-dessous, si ABCD est un parallélogramme alors :

		
<ul style="list-style-type: none"> • $(AB) // (CD)$ et $AB = CD$ • $(AD) // (BC)$ et $AD = BC$ 	<ul style="list-style-type: none"> • I est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$. • I est centre de symétrie du parallélogramme. 	<ul style="list-style-type: none"> • $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ • $\widehat{ABC} + \widehat{DAB} = 180^\circ$

Preuve :

Voir Activité n°1.

Propriété :

Comment identifier un parallélogramme ...

- ... **par ses côtés opposés** : Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles OU si un quadrilatère *non croisé* a ses côtés opposés égaux, alors c'est un parallélogramme.
- ... **par ses angles opposés** : Si un quadrilatère *non croisé* a ses angles opposés égaux, alors c'est un parallélogramme.
- ... **par ses diagonales** : Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un parallélogramme.

II. Rectangles :

Définition :

Un **rectangle** est un quadrilatère ayant ses angles droits.

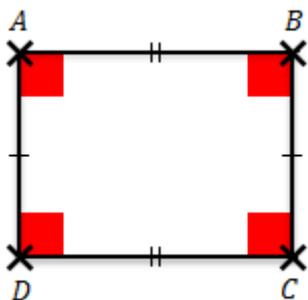
Propriété :

Si un quadrilatère est un rectangle, alors :

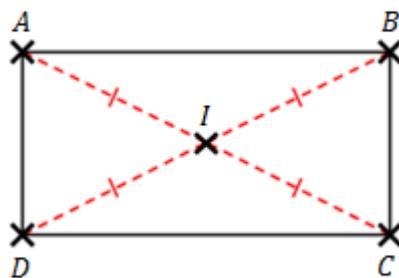
- Ses **côtés opposés** sont parallèles et de même longueur, ses **angles** sont droits.
- Ses **diagonales** ont le même milieu et la même longueur.
- L'intersection de ses diagonales est le **centre de symétrie** du rectangle.
- Les médiatrices de ses côtés sont ses **axes de symétrie**.

Exemples :

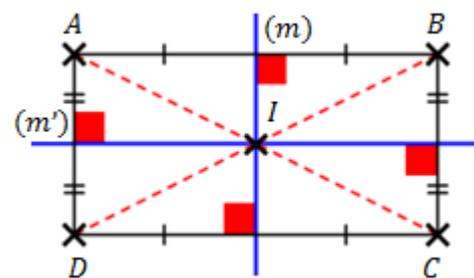
Dans les diverses figures ci-dessous, si ABCD est un rectangle alors :



- $(AB) \parallel (CD)$ et $AB = CD$
- $(AD) \parallel (BC)$ et $AD = BC$
- $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$



- Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu I et la même longueur.



- I est le centre de symétrie du rectangle.
- (m) et (m') sont ses axes de symétrie et sont sécants en I .

Propriété :

Comment identifier un rectangle ...

- ... **par ses angles** : Si un quadrilatère a trois angles droits OU si c'est un parallélogramme avec un angle droit, alors c'est un rectangle.
- ... **par ses diagonales** : Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un parallélogramme et si, de plus, ses diagonales sont de même longueur, alors c'est un rectangle.

III. Losanges :**Définition :**

Un **losange** est un quadrilatère ayant ses côtés de même longueur.

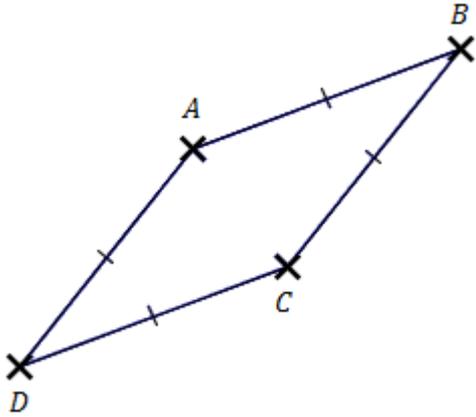
Propriété :

Si un quadrilatère est un losange, alors :

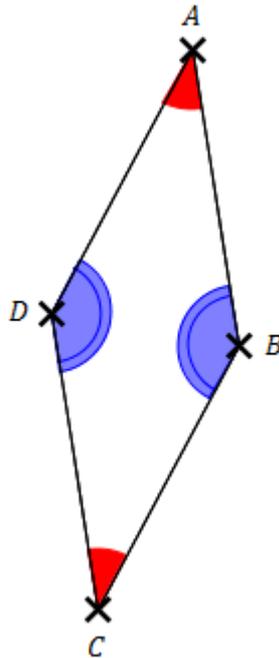
- Ses **côtés opposés** sont parallèles, tous **ces côtés** ont la même longueur.
- Ses **angles opposés** ont la même mesure ; ses **angles consécutifs** sont supplémentaires.
- Ses **diagonales** ont le même milieu et sont perpendiculaires.
- L'intersection de ses diagonales est son **centre de symétrie**.
- Ses diagonales sont ses **axes de symétrie**.

Exemples :

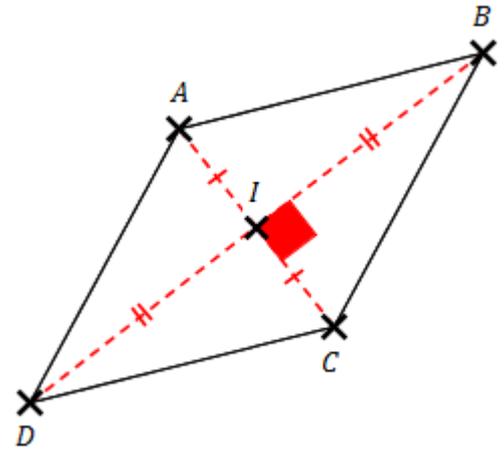
Dans les diverses figures ci-dessous, si ABCD est un losange alors :



- $(AB) \parallel (CD)$
- $(AD) \parallel (BC)$
- $AB = CD = AD = BC$



- $\widehat{D} = \widehat{B}$ et $\widehat{C} = \widehat{A}$
- $\widehat{D} + \widehat{C} = 180^\circ$



- I est le milieu de $[AC]$ et $[BD]$.
- (AC) et (BD) sont perpendiculaires.
- I est le centre de symétrie du losange.
- (AC) et (BD) sont les axes de symétrie.

Propriété :

Comment identifier un losange ...

- ... **par ses côtés** : Si un quadrilatère a ses côtés de même longueur OU si c'est un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.
- ... **par ses diagonales** : Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un parallélogramme, et si, de plus, ses diagonales sont perpendiculaires, alors c'est un losange.

IV. Carrés :**Définition :**

Un **carré** est un quadrilatère ayant ses côtés de même longueur et ses angles droits.

Remarque : un carré est à la fois un losange et un rectangle.

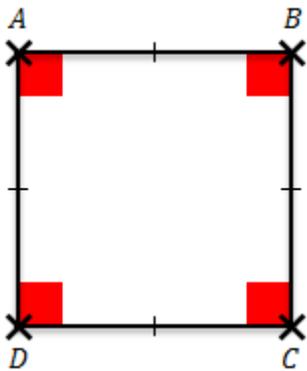
Propriété :

Si un quadrilatère est un carré, alors :

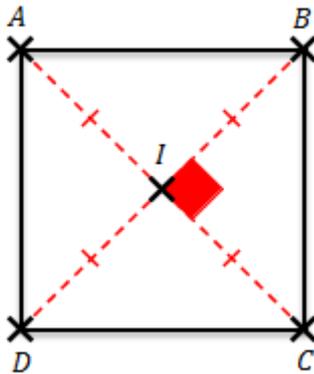
- Ses **côtés opposés** sont parallèles, tous **ses côtés** ont la même longueur et ses angles sont droits.
- Ses **diagonales** ont le même milieu, sont de même longueur et sont perpendiculaires.
- L'intersection de ses diagonales est son **centre de symétrie**.
- Ses diagonales et les médiatrices de ses côtés sont ses **axes de symétrie**.

Exemples :

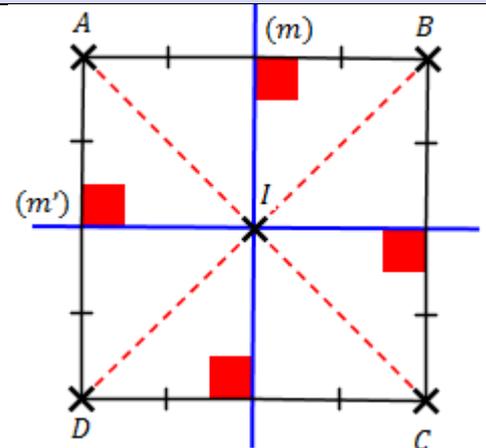
Dans les diverses figures ci-dessous, si ABCD est un carré alors :



- $(AB) \parallel (CD)$
- $(AD) \parallel (BC)$
- $AB = CD = AD = BC$
- $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$



- $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu, la même longueur.
- (AC) et (BD) sont perpendiculaires.



- I est le centre de symétrie du carré.
- (m) et (m') sont ses axes de symétrie et sont sécants en I .

Propriété :

Comment identifier un carré ...

- ... **par ses côtés et ses angles** : Si un quadrilatère a ses côtés de même longueur et ses angles droits, ou si c'est à la fois un losange et un rectangle, alors c'est un carré.
- ... **par ses diagonales** : Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un parallélogramme, et si, de plus, ses diagonales sont de même longueur et perpendiculaires, alors c'est un carré.

Fiche synthèse :

