

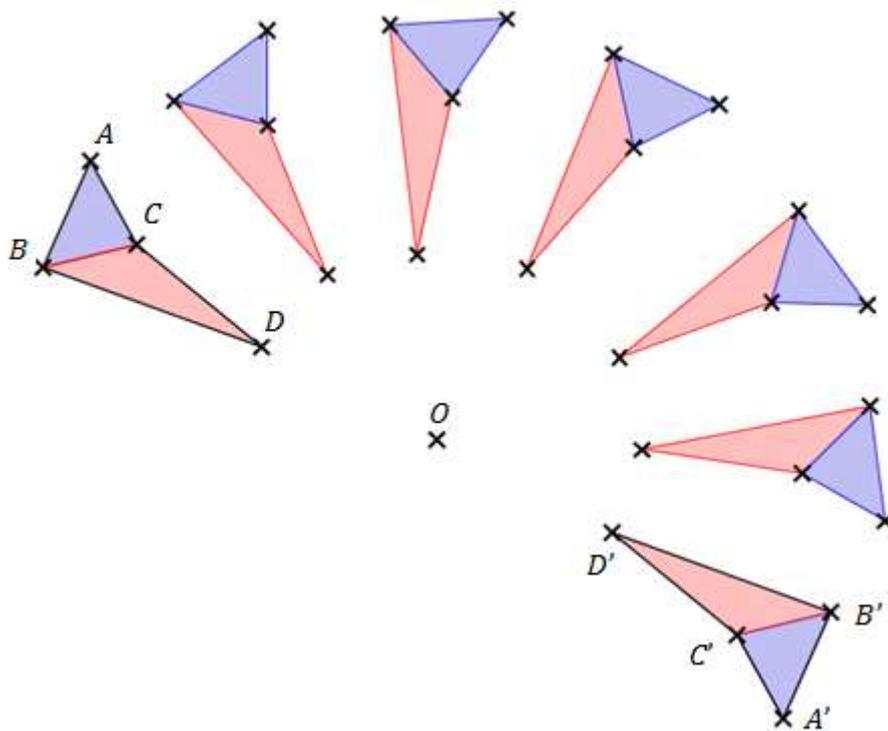
## SYMETRIE CENTRALE

### I. Approche expérimentale :

#### 1) Figures symétriques :

##### Définition :

Deux figures sont **symétriques par rapport à un point** lorsqu'elles se superposent par un demi-tour autour de ce point.



Vocabulaire : La symétrie par rapport à un point  $O$  est alors appelé **symétrie centrale** de centre  $O$ .

#### 2) Conservation par une symétrie centrale :

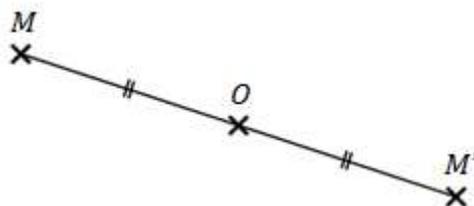
##### Propriété :

Une symétrie centrale **conserve les distances**, l'**alignement** des points, les mesures des **angles** et les **aires**.

### II. Symétrique d'un point :

##### Définition :

Le **symétrique d'un point**  $M$  par rapport au point  $O$  est le point  $M'$  tel que  $O$  soit le milieu du segment  $[MM']$ .  
 $O$  est le **centre de la symétrie centrale**.

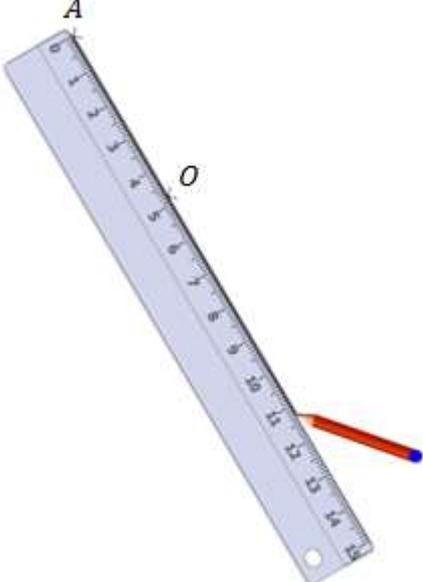
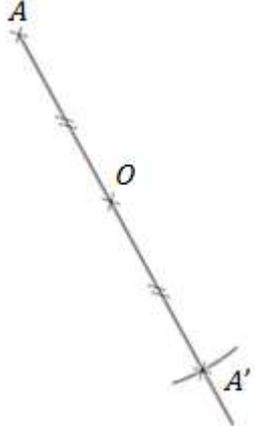


## Remarques :

- Dans la symétrie de centre  $O$ , le symétrique du point est  $O$  lui-même.
- Les points  $M$ ,  $O$  et  $M'$  sont alignés.
- Si  $M'$  est le symétrique du point  $M$  par rapport à  $O$  alors  $M$  est le symétrique de  $M'$  par rapport à  $O$  et l'on dit alors que  $M$  et  $M'$  sont symétriques par rapport à  $O$ .
- On passe de  $M$  à  $M'$  par un demi-tour autour du point  $O$ .
- Le centre d'une symétrie centrale est le milieu de tous les segments joignant deux points symétriques.
- On dit que  $M'$  est l'image de  $M$  par la symétrie de centre  $O$ .

## Méthode :

Ainsi, pour construire le symétrique d'un point  $A$  par rapport à un point  $O$ , on procède comme suit :

<p><b>Etape 1 :</b> Tracer la demi-droite <math>[AO)</math>.</p>	<p><b>Etape 2 :</b> Tracer un arc de cercle de centre <math>O</math> et de rayon <math>OA</math>. Il coupe la demi-droite <math>[AO)</math> en un point.</p>	<p><b>Etape 3 :</b> Placer le point <math>A'</math> à l'intersection de la demi-droite <math>[AO)</math> et de l'arc de cercle. Il s'agit du symétrique du point <math>A</math> par rapport au point <math>O</math>. Il reste à coder la figure.</p>
		

III. Propriétés :

## Propriété :

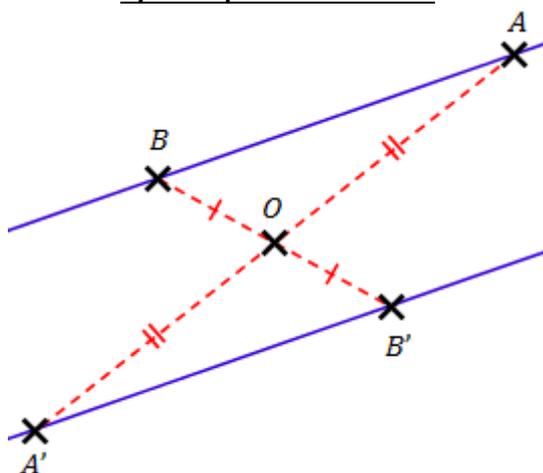
Par une symétrie axiale,

- Le symétrique d'une droite est une droite.
- Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.
- Le symétrique d'une demi-droite est une demi-droite.
- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.  
De plus les centres de ces cercles sont symétriques par rapport à cette droite.

## Preuve :

Admise.

**Symétrique d'une droite :**

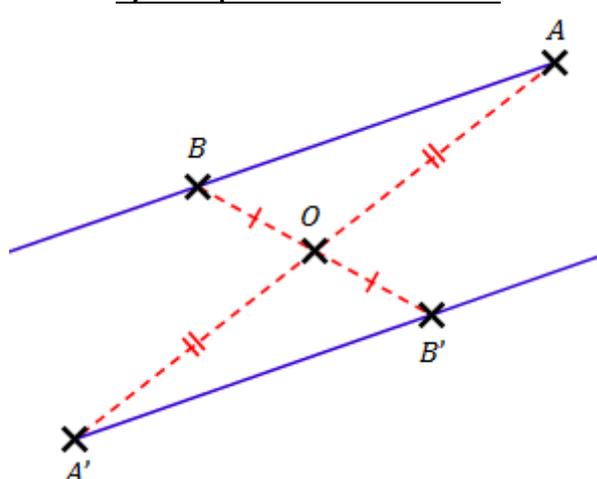


**Pour déterminer le symétrique d'une droite :**

- On choisit deux points quelconques appartenant à cette droite.
- On place leurs symétriques respectifs par rapport au point  $O$ .
- On trace la droite passant par les deux points obtenus.
- (Car la symétrie centrale conserve l'alignement des points)

Ici, les droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  sont symétriques par rapport au point  $O$ .

**Symétrique d'une demi-droite :**

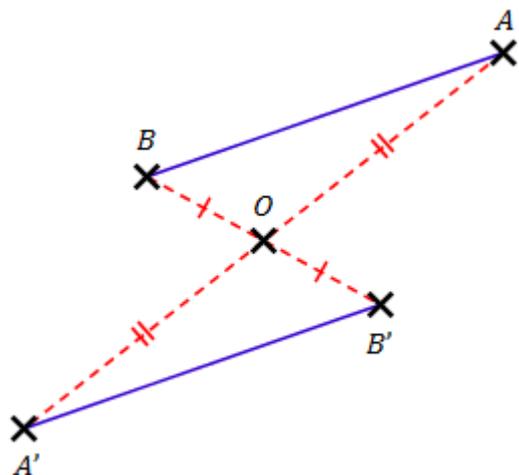


**Pour déterminer le symétrique d'une demi-droite :**

- On choisit un point quelconque appartenant à cette demi-droite autre que l'origine.
- On place son symétrique et celui de l'origine par rapport au point  $O$ .
- On trace la demi-droite ayant pour origine ce dernier point et passant par le second symétrique.

Ici, les demi-droites  $[AB)$  et  $[A'B')$  sont symétriques par rapport au point  $O$ .

**Symétrique d'un segment :**

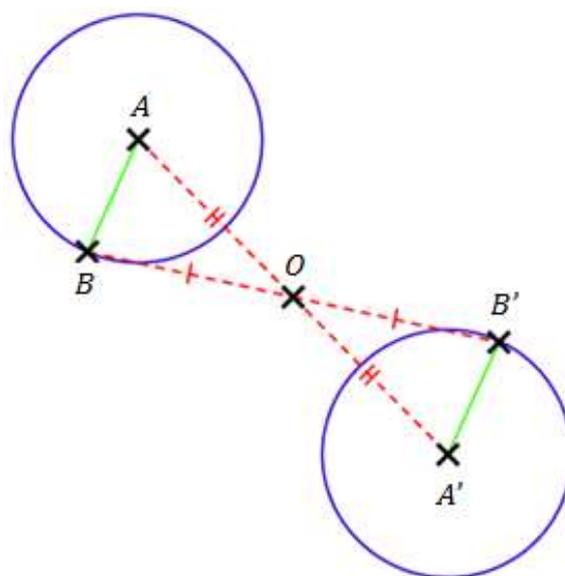


**Pour déterminer le symétrique d'un segment :**

- On place les symétriques respectifs des extrémités du segment par rapport au point  $O$ .
- On trace le segment ayant pour extrémités ces deux symétriques.

Ici, les segments  $[AB]$  et  $[A'B']$  sont symétriques par rapport au point  $O$ .

**Symétrique d'un cercle :**



**Pour déterminer le symétrique d'un cercle :**

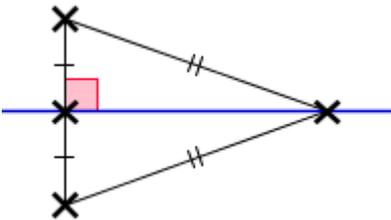
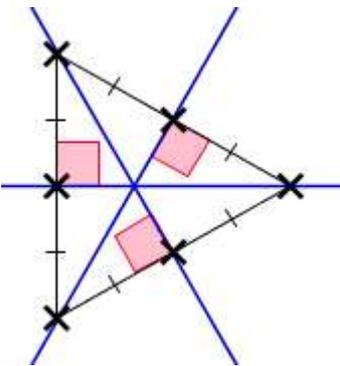
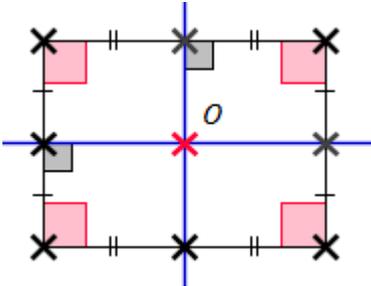
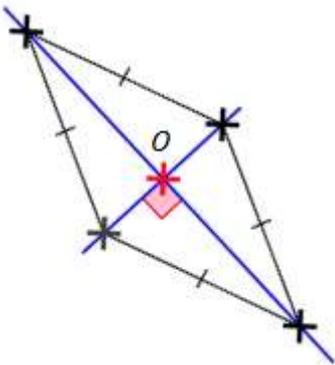
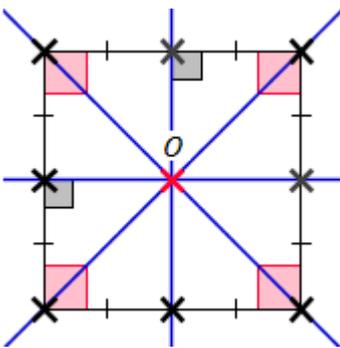
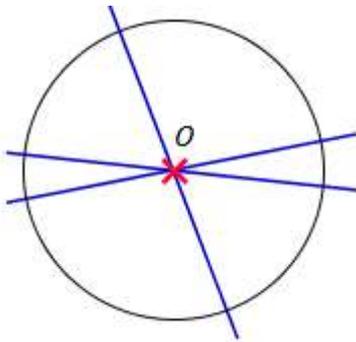
- On place le symétrique de son centre par rapport au point  $O$ .
- On trace le cercle ayant pour centre ce dernier et ayant le même rayon.

Ici, le cercle de centre  $A$  et de rayon  $AB$  a pour symétrique par rapport au point  $O$  le cercle de centre  $A'$  et de rayon  $A'B'$ .

## IV. Centres de symétrie et axes de symétrie de figures :

### Définition :

On dit qu'une figure admet le point  $O$  comme centre de symétrie lorsqu'elle se superpose à elle-même après un demi-tour autour de  $O$ .

<p><b>Triangle isocèle :</b></p>  <p>Un axe de symétrie Pas de centre de symétrie</p>	<p><b>Triangle équilatéral :</b></p>  <p>Trois axes de symétrie Pas de centre de symétrie</p>	<p><b>Rectangle :</b></p>  <p>Deux axes de symétrie Un centre de symétrie <math>O</math></p>
<p><b>Losange :</b></p>  <p>Deux axes de symétrie Un centre de symétrie <math>O</math></p>	<p><b>Carré :</b></p>  <p>Quatre axes de symétrie Un centre de symétrie <math>O</math></p>	<p><b>Cercle :</b></p>  <p>Une infinité d'axe de symétrie (toute droite qui passe par <math>O</math>) Un centre de symétrie <math>O</math></p>